



Résolution de problèmes blackbox avec LocalSolver

Thierry Benoist, Julien Darlay, Bertrand Estellon,
Frédéric Gardi, Romain Megel, Clément Pajean

Innovation 24 & LocalSolver

www.localsolver.com

ROADEF 2016

Problème « blackbox »

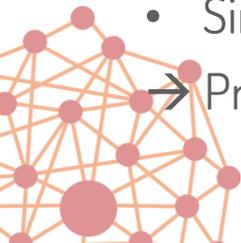
$$\min f(x)$$
$$x \in [x^L, x^U]$$

Contexte

- Fonction sans forme analytique (code externe)
- Coûteuse à évaluer
- Pas de dérivée
- Variables entières et continues
- Bornes sur les décisions
- Pas de contrainte

Applications en ingénierie

- Optimisation paramétrique
 - Simulation optimisation
- Problème d'architecture (cf Nannicini, Prix Robert Faure 2015)



Modélisation

API en C++, Java, .Net, Python

Modélisation proche de LocalSolver

```
def blackbox_eval(context):  
    x = context.get(0)  
    return x*x
```

```
ls = LocalSolverBlackBox()
```

```
model = ls.get_model()  
x = model.float(-10,10)
```

```
f = model.create_native_function(blackbox_eval)  
call = model.call()  
call.add_operand(f)  
call.add_operand(x)
```

```
model.add_objective(call, LSBBOjectiveDirection.MINIMIZE)  
[...]
```

} Fonction boîte noire

} Utilisation du solveur blackbox

} Variables de décision, types et bornes

} Association variables / fonction



Méthode de résolution

Algorithme itératif

1. Construire un modèle de la fonction objectif
2. Utiliser le modèle pour trouver de nouveaux points
 - Qui minimisent le modèle (Intensification)
 - Qui explorent l'espace de recherche (Diversification)
3. Evaluer la fonction sur le point trouvé

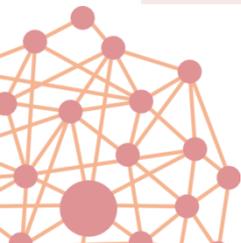
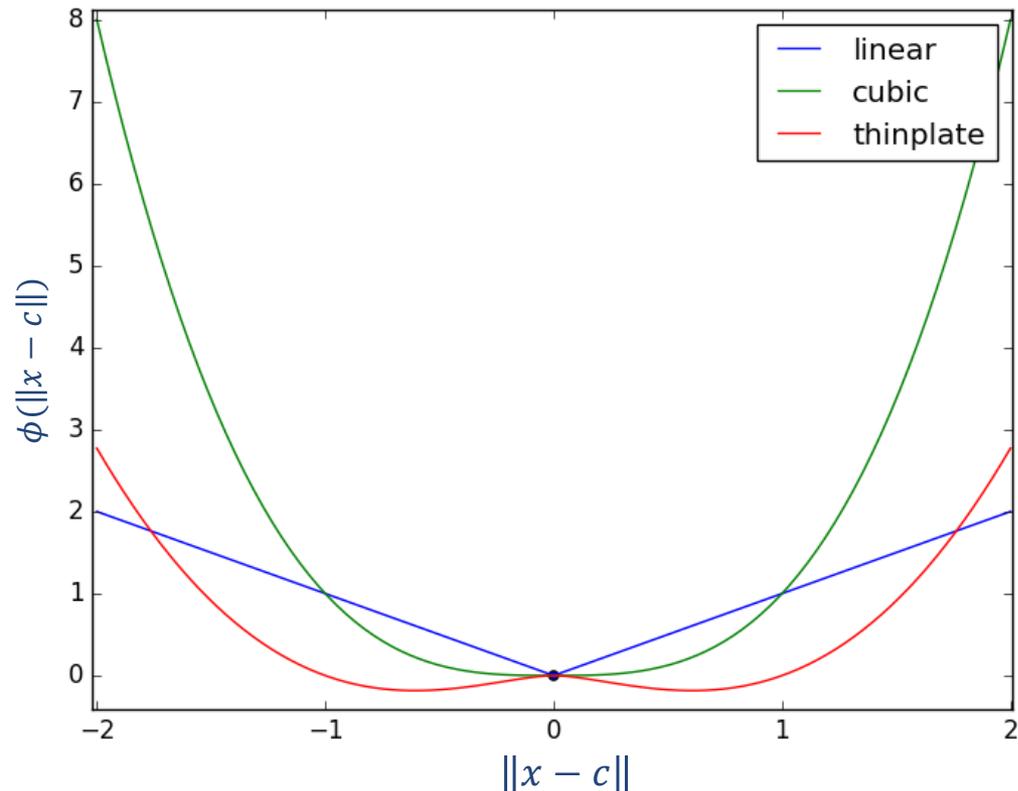


Construction du modèle (1/2)

Interpolation des points évalués [Gutmann 01]

- *Radial Basis Function* $\phi(\|x - c\|)$

	$\phi(r)$
<i>Cubic</i>	r^3
<i>Gaussian</i>	$e^{-\gamma r}$
<i>Multiquadric</i>	$\sqrt{r^2 + \gamma^2}$
<i>Thinplate</i>	$r^2 \log(r)$

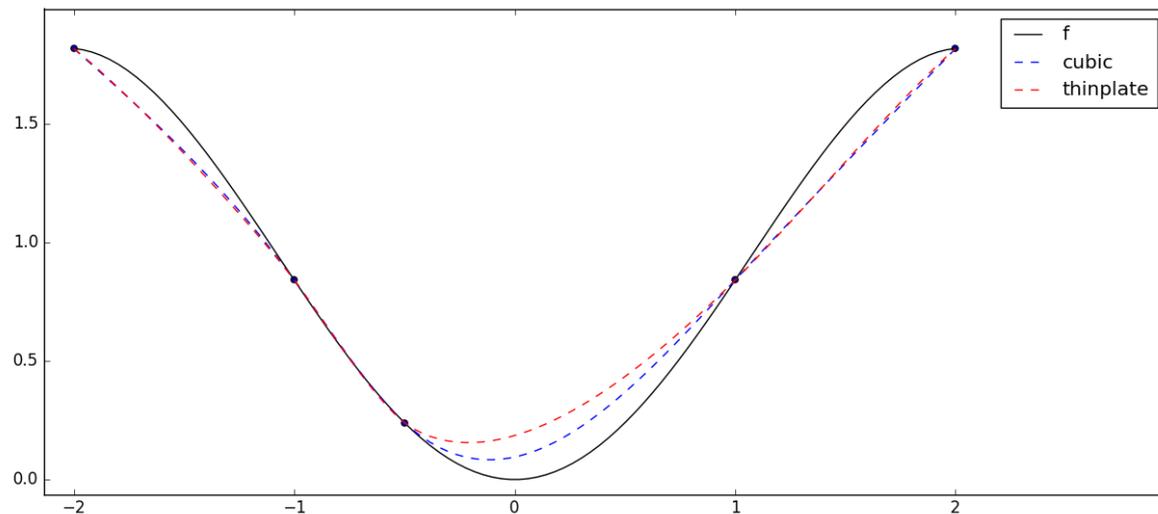


Construction du modèle (1/2)

Interpolation des points évalués [Gutmann 01]

- *Radial Basis Function* $\phi(\|x - c\|)$
- Modèle $m(x) = \sum_{c \in \mathcal{C}} \lambda_c \phi(\|x - c\|) + p(x)$
- Calcul des paramètres λ_c et des coefficients de p
 - Interpolation par résolution d'un système linéaire
 - Approximation par LocalSolver si problème instable

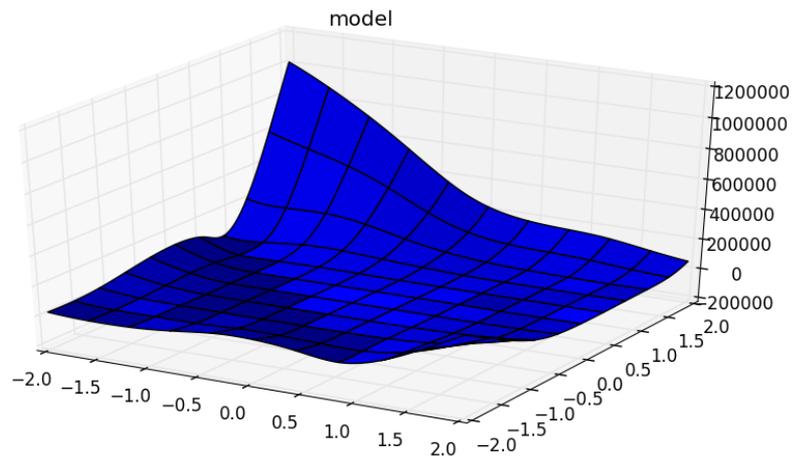
	$\phi(r)$
<i>Cubic</i>	r^3
<i>Gaussian</i>	$e^{-\gamma r}$
<i>Multiquadric</i>	$\sqrt{r^2 + \gamma^2}$
<i>Thinplate</i>	$r^2 \log(r)$



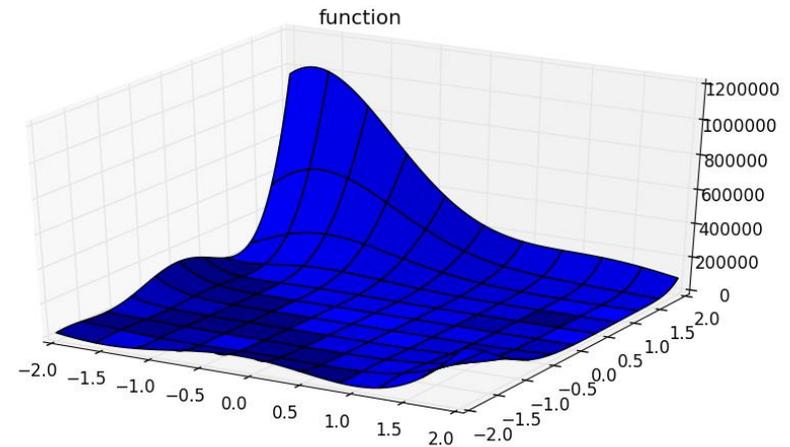
Construction du modèle (2/2)

Validation croisée pour choisir le modèle [Costa, Naniccini 15]

- Retirer un point de l'ensemble à interpoler
- Calculer chaque modèle
- Mesurer l'erreur sur le point retiré
- Sélection du meilleur modèle



Modèle RBF



Fonction objectif



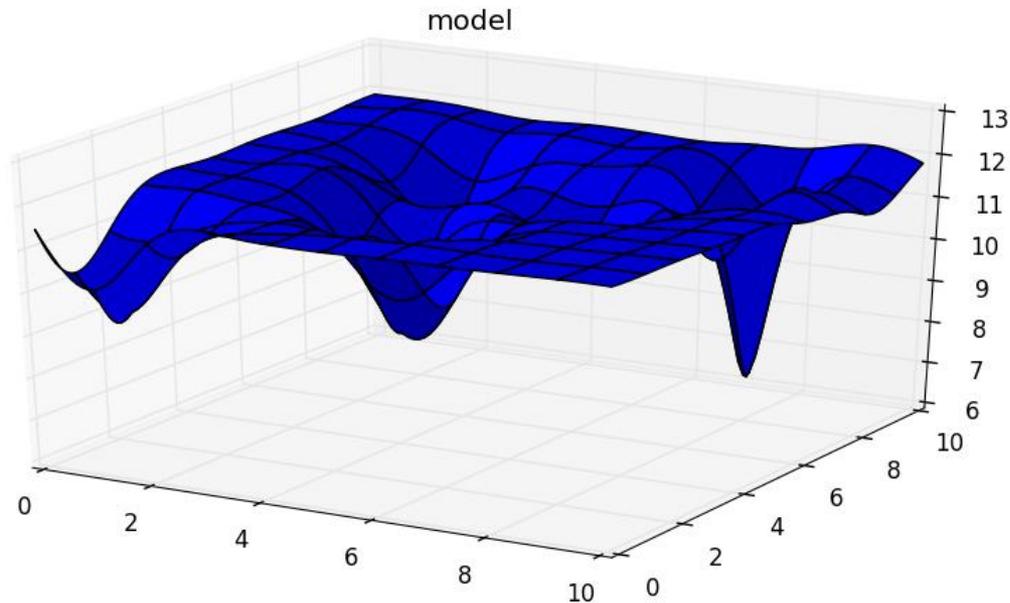
Trouver de nouveaux points (1/2)

Intensification

- Chercher le minimum pour x du modèle

$$m(x) = \sum_{c \in C} \lambda_c \phi(\|x - c\|) + p(x)$$

- Optimisation non linéaire en variables continues ou entières
- Résolution par LocalSolver



Trouver de nouveaux points (2/2)

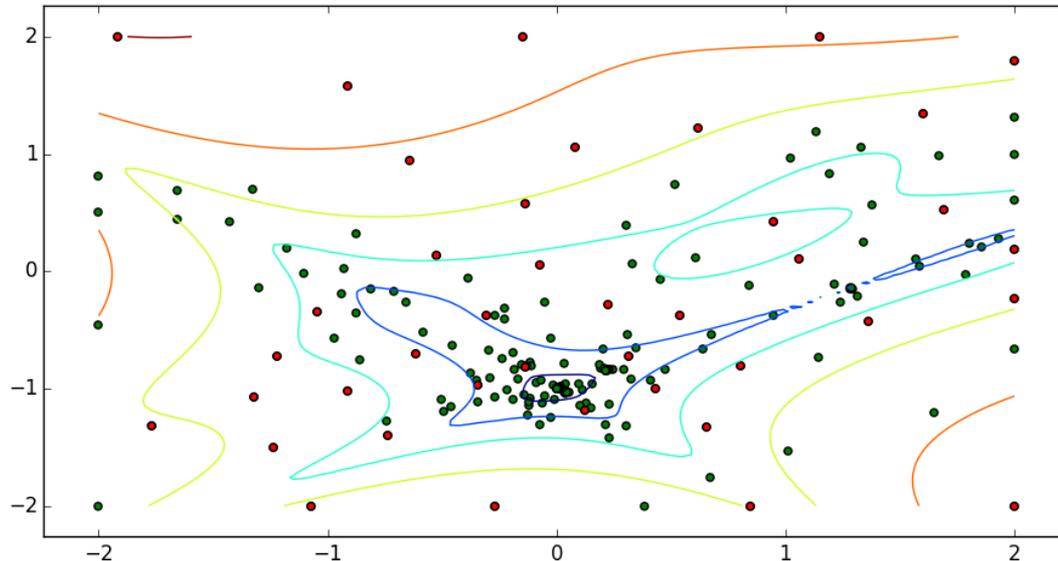
Diversification

- Résolution du problème « *hostile brother* » pondéré

$$\max \left\{ \underbrace{\min_c \|x - x_c\|}_{\text{Eloigne des points déjà connus}} \right\}$$

Eloigne des points
déjà connus

- Optimisation non linéaire en variables continues ou entières
- Résolution par LocalSolver



Trouver de nouveaux points (2/2)

Diversification

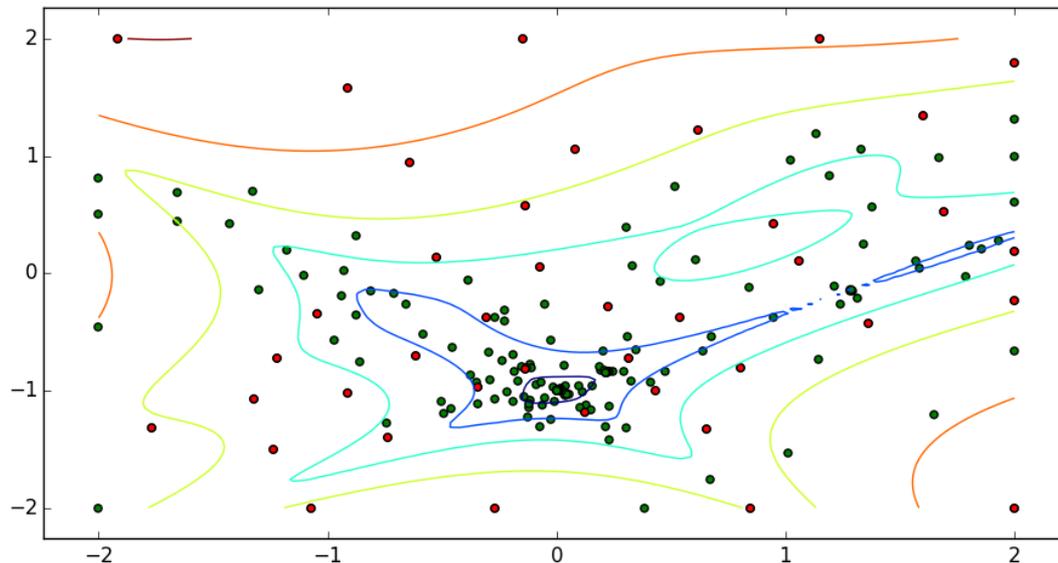
- Résolution du problème « *hostile brother* » pondéré

$$\max \left\{ \underbrace{w(x)} * \underbrace{\min_c \|x - x_c\|} \right\}$$

Pénalise les points trop
« éloignés » pour m

Eloigne des points
déjà connus

- Optimisation non linéaire en variables continues ou entières
- Résolution par LocalSolver

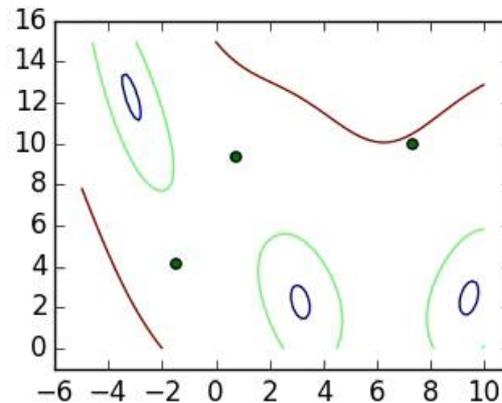
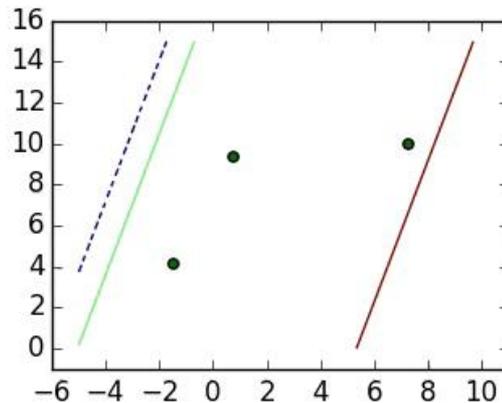
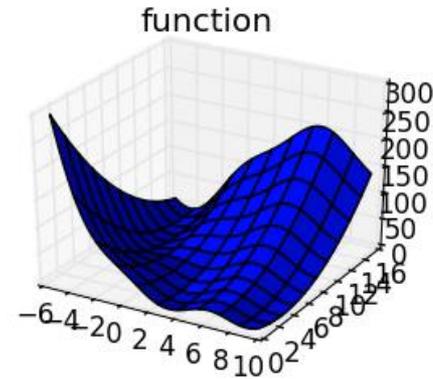
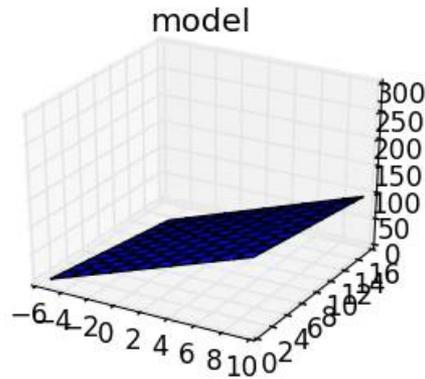


Exemple: fonction Branin

$$\min \left(y - \frac{5.1}{4\pi^2} x^2 + \frac{5}{\pi} x - 6 \right)^2 + 10 * \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos x + 10$$

$x \in [-5, 10]$
 $y \in [0, 15]$

Itr=0



Benchmark

Instances

- 25 instances [Costa, Naniccini 15].

RBFOpt: an open-source library for black-box optimization with costly function evaluations. Optimization Online, paper 4538

- 20 exécutions par instance avec une graine différente
- 150 appels au maximum à la *blackbox*
- Précision numérique: $1e-6$

Résultats

- RBFOpt: 345 solutions optimales trouvées, 82 appels en moyenne
- **LocalSolver: 310 solutions optimales trouvées, 94 appels en moyenne**
- NOMAD (GERAD): 170 solutions optimales trouvées (paramétrage par défaut)



Futurs développements

Gestion des contraintes explicites du modèle

- Sous problèmes contraints
- Intensification et diversification dans le domaine réalisable

Modèles spécifiques pour les problèmes discrets

- Mieux apprendre le paysage avec des modèles adaptés
- Modèles issus de l'apprentissage supervisé

Continuer les expérimentations

- Framework COCO
- Challenge GECCO 2016 ?





Résolution de problèmes blackbox avec LocalSolver

Thierry Benoist, Julien Darlay, Bertrand Estellon,
Frédéric Gardi, Romain Megel, Clément Pajean

Innovation 24 & LocalSolver

www.localsolver.com

ROADEF 2016